

Термострунное квантование. Интерпретация струн как частиц при конечных температурах¹

Захид Закир²

Аннотация

В пространственно-температурном конфигурационном пространстве мгновенный температурный путь точечной частицы может быть представлен как струна длины $L=1/kT$ (термоструна). Термоструна при временной эволюции заматывает поверхность в пространственно-временном температурном многообразии. Термоструна замкнута, её точки могут быть перегруппированы и заряд распределён вдоль длины. Обсуждены некоторые предсказания этого метода для статистической физики и теорий струн.

PACS: 11.10.Wx, 11.10.Kk, 11.25.-w, 11.25.Uw, 11.25.Wx

Ключевые слова: квантование, конечные температуры, струны, браны

Содержание

Введение.....	1
1. Термомеханика частиц	2
2. Температурные пути как термоструны	3
3. Временная эволюция термоструны	4
4. Статистическая физика в термострунном представлении	6
5. Интерпретация закрытых струн как термострун	6
Литература	8

Введение

Хорошо известная аналогия между квантовой механикой и квантовой статистикой частиц при заменах $\Delta t \rightarrow -i\Delta\beta$, $\Delta\beta \rightarrow i\Delta t$ обычно использовалась в качестве формальной процедуры при рассмотрении t - или β - эволюций [1]. Здесь Δt - временной интервал, $\Delta\beta$ - интервал параметра эволюции по (обратной) температуре («холод»), T - температура, k - постоянная Больцмана. Но если мы рассматриваем β - эволюцию частиц в комбинации с эволюцией по t , то эта аналогия приводит к некой $(t - \beta)$ -симметрии. Здесь обратный температурный параметр β можно рассматривать как новую геометрическую степень свободы в дополнение к пространственным и временной. Итак, в результате мы имеем некое пространственно-временное температурное многообразие размерности $D = d + 2$, где d - это размерность пространства. В этом многообразии мы введём термострунное представление матрицы плотности или термострунное квантование (см. также [3-4]). Для нерелятивистских частиц термострунное квантование приводит к некоторой переформулировке статистической физики. Термострунное квантование

¹ Препринт статьи была представлен в 1998 (исправлен в 2003): Zakir Z. (1999) [arXiv:hep-th/9809170](https://arxiv.org/abs/hep-th/9809170)

² Центр теоретической физики и астрофизики, Ташкент Узбекистан, zahidzakir@theor-physics.org

релятивистских частиц при некоторой инвариантной температуре T_0 , соответствующей некоторой инвариантной длине, например, планковской длине или зарядовым (гравитационным) радиусам частиц, приводит к формализму закрытой струны. Здесь инвариантность температуры T_0 очень важна и этот факт позволяет нам рассматривать температурную степень свободы как одну из геометрических размерностей физического многообразия данной системы. Для Термострунное квантование позволяет дать новую физическую интерпретацию суперструн ПА и гетеротических струн в терминах точечных частиц.

1. Термомеханика частиц

Матрица плотности ρ для смешанных состояний нерелятивистской частицы при конечной температуре T может быть представлена как:

$$\begin{aligned}\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; \Delta\beta) &= \sum_i \exp(-E_i \Delta\beta) \times \psi_i(\mathbf{r}) \psi_i^*(\mathbf{r}_0) = \\ &= \sum_i \psi_i(\mathbf{r}, \beta) \psi_i^*(\mathbf{r}_0, \beta_0) = \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\Delta\beta = \beta - \beta_0 = 1/kT$, E_i - энергия частицы, $\mathbf{r}$ - пространственный радиус-вектор. Здесь волновые функции $\psi_i(\mathbf{r}, \beta)$ описывают чистые состояния частицы в $(\mathbf{r}, \beta)$ -многообразии с гамильтонианом H :

$$\begin{aligned}\psi_i(\mathbf{r}, \beta) &= \exp(-H\beta) \psi_i(\mathbf{r}), \\ \psi_i^*(\mathbf{r}, \beta) &= \psi_i^*(\mathbf{r}) \exp(H\beta),\end{aligned}\quad (2)$$

нормированные как:

$$\int \psi_i^*(\mathbf{r}, \beta) \psi_j(\mathbf{r}, \beta) d\mathbf{r} = \delta_{ij}.\quad (3)$$

В $(\mathbf{r}, \beta)$ -многообразии матрица плотности ρ играет роль амплитуды перехода при β -эволюция волновых функций $\psi_i(\mathbf{r}, \beta)$:

$$\psi_i(\mathbf{r}, \beta) = \int d\mathbf{r}_0 \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) \psi_i(\mathbf{r}_0, \beta_0),\quad (4)$$

со свойством:

$$\rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) = \int d\mathbf{r}_1 \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_1, \beta_1) \rho(\mathbf{r}_1, \beta_1; \mathbf{r}_0, \beta_0).\quad (5)$$

Его представление в виде интеграла по траекториям [1] имеет вид:

$$\rho(\mathbf{r}_n, \beta_n; \mathbf{r}_0, \beta_0) = \int_{\mathbf{r}(\beta_0)}^{\mathbf{r}(\beta_n)} D\mathbf{r}(\beta) \exp\left[-\frac{m}{2} \int_{\beta_0}^{\beta_n} (\mathbf{r}')^2 d\beta\right],\quad (6)$$

где $\mathbf{r} = d\mathbf{r} / d\beta$. Статсумма $Z(\Delta\beta)$ определена как:

$$Z(\Delta\beta) = \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0) |_{\mathbf{r}(\beta) = \mathbf{r}(\beta_0)}.\quad (7)$$

В этом представлении матрицы плотности:

1) состояния частиц описываются в пространственно-температурном многообразии $(\mathbf{r}, \beta)$, т.е. температурная степень свободы рассматривается как геометрическая размерность многообразия в дополнение к пространственным и временной; интервалы вдоль этой оси пропорциональны планковской константе $\hbar$ и обратно-пропорциональны температуре T ;

2) смешанные состояния для статистического ансамбли точечных частиц описываются матрицей плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; \beta)$, которая после факторизации $\Delta\beta = \beta - \beta_0$ может быть представлена как амплитуда перехода $\rho(\mathbf{r}, \beta; \mathbf{r}_0, \beta_0)$ для «чистых» состояний $\psi_i(\mathbf{r}, \beta)$ в $(\mathbf{r}, \beta)$ - многообразии;

3) температурный параметр эволюции β неограничен $-\infty \leq \beta \leq \infty$, но интервалы $\Delta\beta$ ограничены как: $0 \leq \Delta\beta \leq 1/kT$ и поэтому температурные пути частиц имеют конечную (среднюю) длину;

4) в статсумму дают вклад только закрытые температурные пути с $\mathbf{r}(\beta_n) = \mathbf{r}(\beta_0)$ и для их координат имеем условие периодичности: $\mathbf{r}(\beta) = \mathbf{r}(\beta + 1/kT)$.

В представлении Фейнмана [1] матрицы плотности как интеграла по траекториям имеет место асимметрия между временной и температурной степенями свободы, так как температурная эволюция описывается интегралом по путям, тогда как эволюция по времени описывается дифференциальными уравнениями. Далее рассмотрим другой метод для суммирования вероятностей для температурных путей, где как температурная, так и временная эволюции описываются интегралами по траекториям.

2. Температурные пути как термоструны

Матрица плотности как амплитуда перехода при β - эволюции может быть представлена через бесконечный набор промежуточных состояний ($n \rightarrow \infty$):

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}_n, \beta_n; \mathbf{r}_0, \beta_0) = & \int d\mathbf{r}(\beta_1) \dots d\mathbf{r}(\beta_{n-1}) \times \\ & \times \rho(\mathbf{r}_n, \beta_n; \mathbf{r}_{n-1}, \beta_{n-1}) \times \dots \\ & \dots \times \rho(\mathbf{r}_2, \beta_2; \mathbf{r}_1, \beta_1) \rho(\mathbf{r}_1, \beta_1; \mathbf{r}_0, \beta_0), \end{aligned} \quad (8)$$

что означает:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}_n, \beta_n; \mathbf{r}_0, \beta_0) = & \int d\mathbf{r}(\beta_1) \dots d\mathbf{r}(\beta_{n-1}) \times \\ & \{\psi_i(\mathbf{r}_n, \beta_n) \psi_i^*(\mathbf{r}_{n-1}, \beta_{n-1}) \psi_j(\mathbf{r}_{n-1}, \beta_{n-1}) \psi_j^*(\mathbf{r}_{n-2}, \beta_{n-2}) \times \dots \\ & \dots \times \psi_k(\mathbf{r}_2, \beta_2) \psi_k^*(\mathbf{r}_1, \beta_1) \psi_i(\mathbf{r}_1, \beta_1) \psi_i^*(\mathbf{r}_0, \beta_0)\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь предполагается суммирование по повторяющимся индексам $i, j, k, \dots$. Из-за условий нормирования, здесь вклад вносят только промежуточные состояния с индексами, равными индексам начальных и конечных состояний: $i = j = k = \dots$

Поэтому, мы можем все $\psi_i(\mathbf{r}_p, \beta_p)$ перенести на левую сторону, а все $\psi_i^*(\mathbf{r}_p, \beta_p)$ на правую сторону:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}_n, \beta_n; \mathbf{r}_0, \beta_0) = & \int d\mathbf{r}(\beta_1) \dots d\mathbf{r}(\beta_{n-1}) \times \\ & \{\psi_i(\mathbf{r}_n, \beta_n) \psi_i(\mathbf{r}_{n-1}, \beta_{n-1}) \dots \psi_i(\mathbf{r}_1, \beta_1)\} \times \\ & \times \{\psi_i^*(\mathbf{r}_{n-1}, \beta_{n-1}) \dots \psi_i^*(\mathbf{r}_1, \beta_1) \psi_i^*(\mathbf{r}_0, \beta_0)\}, \end{aligned} \quad (10)$$

и затем переписать это выражение через волновые функционалы Ψ_i и Ψ_i^* как:

$$\rho(\mathbf{r}_n, \beta_n; \mathbf{r}_0, \beta_0) = \int_{\mathbf{r}(\beta_0)}^{\mathbf{r}(\beta_n)} D\mathbf{r}(\beta) \Psi_i[\mathbf{r}(\beta); \beta_n, \beta_0] \Psi_i^*[\mathbf{r}(\beta); \beta_n, \beta_0]. \quad (11)$$

Здесь $D\mathbf{r}(\beta)$ - мера интегрирования интеграла по путям, а волновые функционалы Ψ_i Ψ_i^* описывают состояние температурного пути и составлены как произведения бесконечного числа ($n = (\beta_n - \beta_0) / \varepsilon \rightarrow \infty$) волновых функций промежуточных состояний ψ_i с одной и той же энергией E_i как:

$$\begin{aligned} \Psi_i[\mathbf{r}(\beta); \beta, \beta_0] &= \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=0}^n \psi_i(\mathbf{r}_k, \beta_k), \\ \Psi_i^*[\mathbf{r}(\beta); \beta, \beta_0] &= \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=0}^n \psi_i^*(\mathbf{r}_k, \beta_k). \end{aligned} \quad (12)$$

Как видим, температурный путь точечной частицы (β - мировая линия) может быть описан как одномерный физический объект в пространственно- температурном многообразии с волновым функционалом Ψ_i и далее мы будем называть этот объект *термоструной*.

В общем случае волновой функционал Ψ_i должен быть симметризован относительно перестановок точек температурного пути (термоструны). Эти перестановки зависят от типа статистики частиц в гиббсовском ансамбле и они определяют тип статистики термоструны (бозонный или фермионный). В обычной теории струн такие перестановки невозможны, так как обычные струны введены как непрерывные одномерные объекты в физическом пространстве.

3. Временная эволюция термоструны

За временной интервал температурный путь (термоструна) замечает поверхность в пространственно-временно-температурном многообразии. Функция действия для частицы при конечной температуре и временная эволюция соответствующей матрицы плотности могут быть описаны суммированием по всем таким поверхностям. Это обстоятельство позволяет нам вводить термострунное представление квантовой статистики частиц или *термострунное квантование* частицы при конечных температурах.

Стандартная временная зависимость волновых функций:

$$\psi_i(\mathbf{r}, \beta, t) = \exp(-iHt) \psi_i(\mathbf{r}, \beta), \quad (13)$$

позволяет получить временную зависимость волновых функционалов Ψ_i . В многообразии $(\mathbf{r}, \beta)$ мы имеем $(d+1)$ -мерные пространственно-подобные координаты $\mathbf{q}$ с компонентами $(\mathbf{r}, \beta)$. Временные производные этих векторов есть пространственно-температурные скорости частиц и они могут быть разделены на продольный и поперечный к температурным путям компоненты:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \equiv \mathbf{v} = \mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_\parallel, \quad \mathbf{v}_\perp = \mathbf{v} - \mathbf{k}(\mathbf{q}'\mathbf{v}), \quad (14)$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{q}' / (\mathbf{q}')^2$ и $\mathbf{q}' = \partial \mathbf{q} / \partial \beta$.

У продольных компонент скорости $\mathbf{v}_{\parallel}$ также есть две части. Первая ведёт к коллективному движению термоструны как целого с синхронными смещениями всех точек термоструны и в случае единичной термоструны эти смещения можно игнорировать (как нулевые моды). Вторая часть продольной скорости приводит к перестановкам соседних точек термоструны. Эти перестановки не дают вклада энергии термоструны из-за неразличимости её точек. В теории струн исключение $\mathbf{v}_{\parallel}$ из функции Лагранжа является одной из трудностей теории [4], тогда как в случае термоструны это естественная и необходимая процедура.

Итак, у нас есть следующая формула временной зависимости для волнового функционала:

$$\Psi_i[\mathbf{q}(\beta, t), \beta_n, \beta_0; t] = \exp\left(-\frac{i\Delta t}{\Delta\beta} \int_{\beta_0}^{\beta_n} d\beta H(\mathbf{v}_{\perp}^2)\right) \Psi_i[\mathbf{q}(\beta); \beta_n, \beta_0; t_0]. \quad (15)$$

Это выражение может быть представлено в форме поверхностного интеграла как:

$$\Psi_i[\mathbf{q}(\beta, t); \Delta\beta; t_n] = P[\mathbf{q}(\beta, t); \Delta t; \Delta\beta] \Psi_i[\mathbf{q}(\beta, t_0); \Delta\beta; t_0], \quad (16)$$

где:

$$\begin{aligned} P[\mathbf{q}(\beta, t); \Delta t; \Delta\beta] &= \int D\mathbf{q}(\beta, t) \exp\left(\frac{i}{\Delta\beta} \int_{\beta_0, t_0}^{\beta_n, t_n} d\beta dt L[\mathbf{v}_{\perp}(\beta, t), \mathbf{q}(\beta, t)]\right) = \\ &= \int D\mathbf{q}(\beta, t) \exp\{iS[\mathbf{q}(\beta, t); \Delta t; \Delta\beta]\} \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $P[\mathbf{q}]$ - пропагатор и $S[\mathbf{q}]$ есть функция действия для термоструны:

$$\begin{aligned} S[\mathbf{q}] &= \frac{1}{\Delta\beta} \int d\beta dt L[\mathbf{v}_{\perp}(\beta, t), \mathbf{q}(\beta, t)] = \\ &= \frac{m}{2\Delta\beta} \int d\beta dt \cdot \mathbf{v}_{\perp}^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Для гиббсовского ансамбля свободных релятивистских частиц имеем следующую функцию действия для соответствующей релятивистской термоструны:

$$S[x] = -\frac{m}{\Delta\beta} \int d\beta dt \sqrt{1 - \mathbf{v}_{\perp}^2}, \quad (19)$$

где $(d+2)$ -вектор x^{μ} имеет компоненты $x^{\mu}(\mathbf{q}, t) = x^{\mu}(\mathbf{r}, \beta, t)$.

Можно показать [4], что после введения параметров мировой поверхности τ , σ , $t(\tau, \sigma)$ и $\beta(\tau, \sigma)$, а также замен:

$$\begin{aligned} d\beta &= d\sigma \sqrt{x'^2}, \\ dtd\sigma &= \frac{\partial(t, \sigma)}{\partial(\tau, \sigma)} d\tau d\sigma = \dot{t} d\tau d\sigma, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\dot{x}^{\mu} = \partial x^{\mu} / \partial \tau$, $x' = \partial x / \partial \sigma$, $\partial \mathbf{q} / \partial t = \dot{\mathbf{q}} / \dot{t}$ и $\partial \mathbf{q} / \partial \sigma = \mathbf{q}' - \dot{\mathbf{q}} t' / \dot{t}$, функция действия переходит в действие Намбу-Гото для релятивистской термоструны:

$$S[x] = -\gamma \int d\sigma d\tau \sqrt{(\dot{x} x')^2 - \dot{x}^2 x'^2}, \quad (21)$$

где $\gamma = m / \Delta\beta = mkT$. Мы видим, что в термострунном представлении квантовой статистики частиц имеет место репараметризационная симметрия $\sigma' = f(\sigma, \tau)$, $\tau' = \phi(\sigma, \tau)$, такая же, как и в теориях струн.

Другая форма функции действия для релятивистской частицы приводит ко второй форме функции действия для термоструны [2]:

$$S[x, e] = -\frac{1}{2\Delta\beta} \int d\beta dt (e^{-1} \mathbf{v}_\perp^2 - e m) \quad (22)$$

Это действие становится полностью релятивистски инвариантным, если $\Delta\beta$ и пределы интегрирования β инварианты. Для обычных температур это невозможно, но если мы берём некую релятивистски инвариантную температуру T_0 (планковскую, зарядовый или гравитационный радиусы и т.д.), то критическая температура для термоструны $\Delta\beta_0 = 1/kT_0$ тогда есть инвариантная функция действия. В терминах координат на мировой поверхности $x(\sigma, \tau)$ и метрики $g(\sigma, \tau)$ это действие приводит к интегралу по поверхностям Полякова [5] для амплитуды термоструны:

$$P[x, g] = \int Dx(\sigma, \tau) Dg(\sigma, \tau) \exp(iS[x, g]) \quad (23)$$

Наконец, мы заключаем, что статистическая физика релятивистской частицы при конечных температурах в термострунном представлении практически совпадает с формализмом теории закрытых струн.

4. Статистическая физика в термострунном представлении

Термострунное представление может быть полезно для решения задач равновесной и неравновесной статистической физики путём использования новых методов формализма теории струн. Представление функций Грина статистической физики как интегралов по поверхностям и геометрическая формулировка могут привести к некоторым нетривиальным следствиям.

Как пример может рассматриваться проблема дублирования операторов в термополевой динамике, развиваемой Х. Умедзава и др. В термострунном представлении это дублирование может быть объяснено как следствие существования левых и правых движущихся мод для закрытой термоструны. Термальная алгебра для этих удвоенных состояний может быть представлена как алгебра Вирасоро для мод термоструны.

Другими нетривиальными следствиями термострунного квантования могут быть появление мод Лиувилля или тахионов как дополнительных полей или коллективных возбуждений для некоторых статмеханических систем. Моды Лиувилля термоструны в статистической физике появляются тогда, когда размерность многообразия меньше, чем критическая размерность (10 или 26). Тахионы также могут появиться при термострунном квантовании некоторых статмеханических систем из-за отсутствия фермионов или суперсимметрии [2].

5. Интерпретация закрытых струн как термострун

Струны в стандартной теории струн были введены как новые фундаментальные одномерные объекты в физическом пространстве. Введение в физику таких нелокальных структур приводит к концептуальным трудностям, связанным с измеримостью точек струны, их внутренней динамикой, а также с релятивистской

причинностью и др. При этом имеет место противоречие между точечностью пространственно-временного многообразия с метрикой и нелокальной природой струн, некоторые моды которых генерируют гравитоны. Струны и другие их обобщения, такие как браны, чужды геометрии пространства-времени и сведение струн и бран к свойствам пространства-времени является нетривиальной задачей.

Термострунное квантование же не вводит в физику новые объекты, размерность пространства понижается на одну (относительно теорий струн), оно практически совпадает с формализмом теории струн и может использоваться непосредственно для описания физических систем без введения новых гипотез. Это лишь новый метод квантования при конечных температурах обычных объектов - точечных частиц и локальных полей, где термоструна появляется как некоторая нелокальная структура в *конфигурационном* пространственно-временнотемпературном многообразии. Физическая причина нелокальности - это усреднение в гиббсовском ансамбле и длина термоструны есть лишь мгновенная длина пространственно-температурной мировой линии точечной частицы. Итак, в термострунном представлении мы вводим в физику только эффективную (температурную) размерность в дополнение к пространству-времени и мы представляем физическое многообразие как пространственно-временнотемпературное многообразие с более общими свойствами, чем в пространстве-времени.

Из-за практической идентичности формализма суперструны [2] могут интерпретироваться как термоструны с сохранением всех достижений теории струн. В то же время, новая трактовка позволяет исключать некоторые концептуальные трудности, связанные с введением в физику нелокальных фундаментальных объектов с неизмеримой внутренней структурой.

Термострунная интерпретация суперструн приводит к следующим следствиям:

1) струны не являются фундаментальными физическими объектами в физическом пространстве, они являются точечными частицами, движущимися на флуктуирующем фоне с некоторой инвариантной температурой. Они описываются струнным формализмом из-за необходимости усреднения по гиббсовскому ансамблю;

2) одной из размерностей многообразия теории струн является температурная степень свободы и поэтому размерность пространства равна 8 (или 24), которое, вместе с временными и температурными степенями свободы, формируют критическую размерность;

3) в амплитудах наблюдаемых физических состояний теории струн в начальных и конечных состояниях появляются только закрытые струны;

4) заряд частицы должен быть распределён вдоль термоструны;

5) взаимодействия струн с точечными частицами становятся более ясными;

6) на больших расстояниях (и низких температурах) инвариантную температуру T_0 можно рассматривать как очень большую величину $T_0 \rightarrow \infty$ и термоструны с $\Delta\beta \rightarrow 0$ становятся подобными точечным частицам.

Среди теорий суперструн этим условиям удовлетворяют только теории закрытых струн и мы можем заключить, что только суперструны ПА (в случае нейтральных частиц) и гетеротические струны (в случае заряженных частиц) могут интерпретироваться как термоструны.

Взаимодействия термострун могут быть описаны одновременно на языке частиц, статистических ансамблей и струн. Факторизация одного статистического

ансамбля на два подансамбля или слияние двух ансамблей в один общий - физически более ясные и более простые процедуры чем разрезание или склеивание твёрдых струн в теориях струн.

Мы можем выполнить термострунное квантование *физических струн* как размерных объектов в физическом пространстве и в результате получим теорию *термомембран*. Таким образом, если мы проведём термострунное квантование физической D-браны, то мы получим теорию (D+1)-*термобран*, т.е. размерность начальных объектов теории увеличивается на один. При описании D-бран термострунное представление может быть комбинировано с методами М-теории, если мы интерпретируем один из 11 размерностей как температурную степень свободы.

Итак, мы можем заключить, что термоструны являются не только простейшей и естественной, но и необходимой модификацией локальных теорий на малых расстояниях и при высоких температурах.

Литература

1. Feynman R.P., Hibbs A.R. (1965) *Quantum Mechanics and Path Integrals*. McG-H.
2. Green M.B., Schwarz J.H., Witten E. (1987) *Superstring Theory*, Cambridge U.Press.
3. Zakir Z. (1998) *Are Strings термоструны?* [arXiv:hep-th/9810247](https://arxiv.org/abs/hep-th/9810247), 5 p.
4. Israilov Z.Zakir, *On the Statistical Interpretation of String Theories*. In Proc. Int. Conf. "Quant. Phys. and the Univ.", Tokyo, 1992; *Vistas in Astronomy* (1993) v.37 (1-4), p.277.
5. Barbashov B.M., Nesterenko V.V. (1987) *Model of Relativistic String in Hadron Physics*, M.
6. Polyakov A.M. (1981) *Phys.Lett.* **103B**, p. 207, 211.